

## 結結解結

從口袋裡的糾纏線頭  
看南洋文化的幾何智慧

陳文豪  
東海大學智慧計算暨應用數學系教授。研究微分幾何、數學教育與民族數學，關注文化中的數學智慧。

## Take Home Message

日常生活中的線材糾結並非意外，而是空間受限與隨機擾動下的機率必然。透過拓樸學的視角，複雜的纏繞可以被賦予「不變量」與「代數多項式」作為身分證，證明混亂背後其實隱藏著穩定的數學結構。

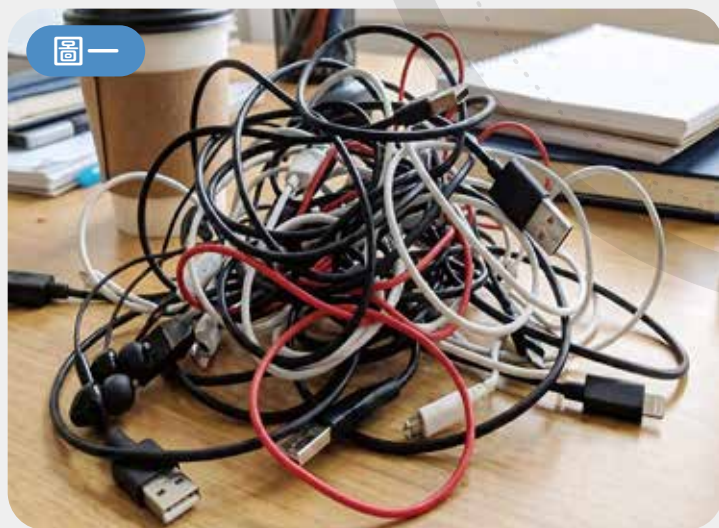
在民族數學的範疇中，布吉人將複雜的幾何直覺融入點心造型與生活工具。這些「結」不只是工藝，更承載了關於生命與萬物的哲學隱喻，數學實則為具溫度的文化語言。

「結」的應用跨越了尺度，從宏觀的傳統工藝延伸至微觀的分子生物學。蛋白質中的碳酸酐酶透過精密的拓樸糾纏來維持功能穩定性，這種微觀層級的「打結」是支撐生命運作的關鍵，也揭示「結」這一概念無所不在於我們的生活之中。

## 口袋裡的墨菲定律

幾乎每個人都有過這樣的挫折經驗：從口袋或包包裡掏出耳機線或 USB 傳輸線時，它們往往已經糾纏成一團，彷彿偷偷產生了自我意志。即使前一刻耐心地將線捲得整整齊齊，下一次拿出來時，卻依然難逃自動打結的命運。

我們通常會把這種無奈歸咎於運氣，或那句耳熟能詳的「墨菲定律」（Murphy's Law），即凡是可能出錯的事，必定會



日常生活中常見的線材打結現象，並非偶然，而是空間中線狀物自然形成的結構。（作者提供）

出錯。然而這樣看似隨機的「混亂」其實並非偶然，而是一個在物理學和數學上可以被理解，甚至被預測的現象。

2007 年，美國加州大學聖地牙哥分校（University of California, San Diego, UCSD）的物理學家瑞摩（Dorian Raymer）和史密斯（Douglas Smith）在《美國國家科學院院刊》（*Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, PNAS*）發表了一項著名的實驗。他們將不同長度的繩子放入盒子中，進行了超過 3000 次的機械隨機晃動。結果顯示，當繩子長度低於約 46 公分時，幾乎不會打結；但超過這個臨界值之後，隨著長度增加與晃動時間拉長，繩子自發打結的機率也隨之上升，最終趨近於必然。

更有趣的是，研究不僅證明了繩子「會打結」，還分析了這些「結」的結構。研究人員在實驗中觀察到了 120 種不同類型的「原結」（prime knots），其中出現頻率最高的是最簡單的「三葉結」（trefoil knot）。

在數學家的眼中，打結不是錯誤，而是空間排列在自然規律下生成的複雜結構。這些惱人的日常，其實是一扇帶領我們通往抽象科學世界的入口。

## 拓樸學：不在乎距離的幾何學

若要理解「結」，我們需要先認識一門乍看之下有些反直覺的數學分支——拓樸學（topology）。

與我們熟悉的歐氏幾何不同，拓樸學不討論長度、角度或面積的精確度，而是關注空間的「連結方式」是否改變。人們常用「橡皮膜幾何學」（rubber-sheet geometry）來形容它：只要物體沒有被剪斷或黏合，無論怎麼拉扯、壓縮、甚至是連續扭曲變形，在拓樸學家眼中，它仍然是同一個物體。

所以，一個甜甜圈和一個有把手的馬克杯對拓樸學家而言都是「同一種東西」。原因在於，兩者在空間結構上具互通性，透過連續變形而不剪斷或黏合的方式，你可以將馬克杯的杯身壓扁、杯把保留，最終變成甜甜圈的形狀。在拓樸學的觀點

圖二



對拓樸學家而言，一個甜甜圈和一個有把手的馬克杯概念是相同的。（作者提供）

下，決定物體身分的關鍵並非外觀，而是內在結構性質。甜甜圈和馬克杯兩者都具備「唯一一個洞」的特徵，這種在連續變形下保持不變的性質，在數學上被稱為同胚特徵 (homeomorphism)。

這種思維最早可追溯至 1736 年，數學家歐拉 (Leonhard Euler) 在解決「哥尼斯堡七橋問題」 (Seven Bridges of Königsberg) 時，敏銳地指出問題的關鍵不在橋的長短，而在於陸地 (點) 與橋樑 (線) 之間的連結結構 (connectivity)。這將人類從表象的「度量」框架中解放，轉而專注於事物內在的結構本質。

### 數學上的「結」：當線條咬住尾巴 那麼，什麼才是數學上的「結」？

在數學家嚴格的定義中，真正的「結」並不是一條有頭有尾的繩子，而是一條頭尾相連、完全封

閉，且嵌入於三維空間中的曲線。最簡單的情況是一個圓，稱為「平凡結」 (unknot)。

然而，只要這條曲線在空間中開始自我纏繞，且在不剪斷的前提下，無論如何變形都無法還原成純粹的圓，它便成為一個數學上真正的結。想像一下，如果我們將耳機線的插頭與耳機端相連，或者一條 USB 延長線頭尾相連，形成一個封閉迴路，它便從惱人的日常物件，立刻轉化為拓樸學研究的對象。數學家感興趣的，正是這些封閉線條在三維空間中如何糾纏、互鎖，以及這些糾纏是否能被「解開」。

### 民族數學：文化中的拓樸直覺

數學一定要寫在黑板上、出現在考卷裡嗎？其實不然。世界各地的文化，在長久的生活實踐中，早已發展出高度成熟的幾何直覺，只是這些智慧

未必是用現代數學語言來表達。這正是「民族數學」 (Ethnomathematics) 所關注的核心。

在筆者對印尼南蘇拉威西省 (South Sulawesi) 布吉人 (Orang Bugis) 文化的研究中，就發現了多個與數學結密切相關的例子。

#### 1. 舌尖上的拓樸：Beppa Pute

在布吉人的婚禮與節慶中，有一種名為 Beppa Pute (白糕) 的傳統點心 (圖四)。製作者會將米漿搓成細長條，再盤繞成一個連續不斷的雙環結構，最後油炸定型。

在文化意義上，這種連續的形態象徵祝福與家族情誼的延續；而從數學角度來看，它對應的是一種非平凡的結構。製作過程中，線條必須在正確的位置交錯並上下穿越，否則在油炸時整體便會鬆散崩解。

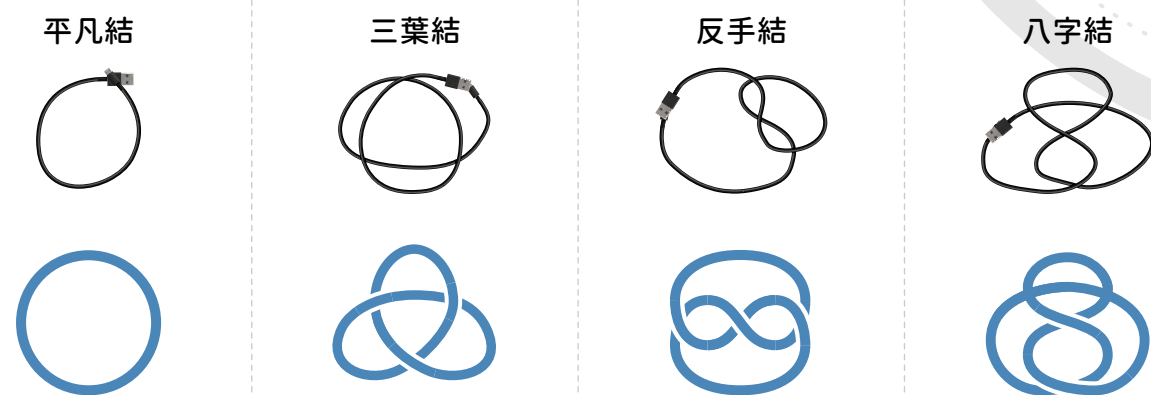
圖四



印尼布吉人傳統點心 Beppa Pute 及它的數學結圖 (三葉結)，交錯方式同時具有象徵意義與物理穩定性。  
(作者提供)

圖三 | 平凡結與三葉結示意圖

(作者提供)



不同結形可透過平面投影呈現其交錯方式。圖中以 USB 線示意常見結形及其對應結圖，幫助理解數學家如何辨識不同的結。



(Collectie Wereldmuseum (v/h Tropenmuseum), part of the National Museum of World Cultures)

圖五



東南亞常見的 Ketupat (左) 與清潔工具 Pattampa' kasoro (右)，兩者皆以高度交錯的編織結構為特徵，兼具實用功能與文化意涵。(Adobe Stock)



這種「做法上的規則性」，顯示了拓樸結構與物理穩定性之間的緊密關係。

## 2. 編織中的人生隱喻：Ketupat

Ketupat (馬來粽，臺灣音譯克圖帕，圖五左) 是東南亞廣泛見於開齋節等慶典的象徵性食品，由棕櫚葉編織而成，形成一個立體菱形容器，包裹著逐漸熟透的米飯。

從拓樸的角度來看，Ketupat 的表面是一個高度交錯的封閉網格曲面；而在爪哇與馬來文化中，「Kupat」為「Ngaku Lepat」(承認錯誤) 的諧音。那錯綜複雜、難以一眼看穿的編織結構象徵人生的糾結與罪惡，而切開後露出潔白的米飯，則代表坦承之後的淨化與重生。

## 3. 工具裡的生命週期：Pattampa' kasoro

另一個例子來自日常生活。Pattampa' kasoro (部分地區亦稱 angkungulung 或 gepuk kasur，圖五右) 是一種布吉人用於拍打床鋪灰塵的傳統清潔工具，它的外型像是一個精緻的編織球拍，核心結構是由藤條或自然纖維編織而成的複雜網格。

這種高度交錯的網狀結構，並非單純為了美觀。從工程學與幾何學的角度看，交疊的結點能分散受力，這賦予工具良好的彈性與耐用度，使它在反覆拍打下仍能保持穩定而不致斷裂。當地文化中，這樣的「糾纏」常被視為生命歷程的隱喻：阻礙、交錯與循環，並非單純的困境，而是生活的一部分。

從傳統食物 Beppa Pute、Ketupat 到拍打灰塵的 Pattampa' kasoro，這些例子都生動地展示了數學結構在傳統社會中，承載了超越數量的哲學隱喻。原住民耆老們或許沒有學過紐結多項式，但在這裡，結不只是冰冷的幾何結構，更是一種充滿溫度的文化語言。

## 結的「身分證」： 數學家如何分辨不同的結？

面對千變萬化的結構，數學家自然會問：我們如何判斷兩個看起來不同的「結」，它們在本質上是否相同？

為此，拓樸學家發展出所謂的「不變量」(invariant)，這就像為每個結製作一張身分證，無論怎麼拉扯、旋轉或變形，只要沒有剪斷線條，這張身分證上的核心數據(不變量)就不會改變。它是變動中的恆定，是混亂背後的秩序。

1923 年，數學家亞歷山大 (James Alexander) 發現，我們可以透過矩陣運算，將一個複雜的結轉化成一段抽象的代數多項式。對讀者而言，無須理解其中的計算細節，只要知道透過這樣的數學轉換，即使是看似隨機的文化編織或食物造型，也能被辨識為結構穩定、可重複的形式。

以布吉人的 Beppa Pute 以及相對應的三葉結為例，雖然每位甜點師傅盤繞的手法略有不同，但它的拓樸結構是恆定的，因此在數學上會對應到同一組不變的代數特徵。這正是數學與文化傳統

「穩定性」的共通點：外形可變，本質不變。

## 從文化到微觀世界的結

拓樸學中的「結」不只存在於纏繞的耳機線或布吉人的傳統工藝中。在微觀尺度下，生物學家也發現，自然界中有些蛋白質，例如碳酸酐酶 (Carbonic Anhydrase) 的分子骨架，竟然也真的「打了結」。這些結構往往使分子更加穩定，有助於分子的正常運作。正如生活中繩結能固定物體一樣，分子結構上的「打結」，也正是維持生命功能的關鍵。如果這個「結」被解開了或打錯了，蛋白質就會失去活性，甚至導致神經退化性疾病 (neurodegenerative disease)。這將數學的拓樸學、物理的熱力學與生物化學緊密地聯繫在一起。原來，在我們每一次呼吸的瞬間，體內的分子正在進行著精密的拓樸運算。

從口袋裡那團令人苦惱的耳機線，到南洋餐桌上承載信仰的傳統點心；從布吉人日常使用的清潔工具，到支撐人體內部運作的分子結構，我們會發現，「結」無所不在。民族數學提醒我們，數學不只是考試工具，而是人類共同發展出理解世界的方式。當我們學會用拓樸的眼光看待生活中的混亂，也許會發現，許多看似無解的死結，其實只是尚未被還原的「平凡結」。

下次當你又遇到一團纏繞的線時，不妨暫停片刻。那也許不是混亂，而是另一種形式的秩序。